

# Всероссийская олимпиада школьников

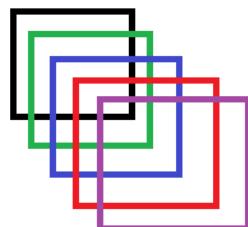
## Муниципальный этап

### 7 класс

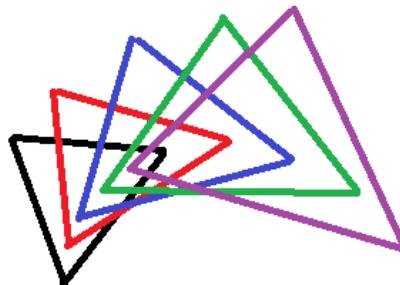
1. Можно ли нарисовать а) пять квадратов; б) пять треугольников так, что внутри каждого из них содержится ровно по одной вершине каждой из остальных фигур? Вершины фигур не могут лежать на сторонах других фигур.

Решение.

а) Можно. Пример



б) Можно. Пример.



Критерии проверки:

- приведены верные ответы и верные примеры – 7 баллов
- только верный ответ и верный пример в пункте а) – 3 балла
- только верный ответ и верный пример в пункте б) – 4 балла.
- верные ответы без примеров – 0 баллов

2. Два натуральных числа в сумме дают 2025. А если одно из них поделить на другое с остатком, то в частном получится 25. Найдите все пары таких чисел и докажите, что других нет.

Решение. Пусть эти числа  $x$  и  $y$ . Тогда  $x+y = 2025$  и  $x = 25y + s$ , где  $s$ —остаток. Получаем, что  $x + y = 26y + s = 2025$ .  $26y = 2025 - s$ . Из неравенства  $0 \leq s \leq y-1$  получаем

$$2025 - (y-1) \leq 26y \leq 2025$$

$$75,03 < y < 77,88$$

Значит,  $y = 76$ ,  $x = 1949$  или  $y = 77$ ,  $x = 1948$

Проверим:  $1949 = 76 \cdot 25 + 49$ ,  $1948 = 77 \cdot 25 + 23$ .

Критерии проверки:

- приведены верные ответы и и представлены верные рассуждения, приводящие к этим ответам – 7 баллов
- приведены оба примера, но рассуждения не доказывают, что других примеров нет – 4 балла
- приведен один из двух примеров – 2 балла
- остальное – 0 баллов

3. В записи четырёх двухзначных чисел нет нулей, и в каждом из них обе цифры различны. Сумма этих чисел равна 55. Какой может быть сумма данных чисел, если в каждом из них цифры поменять местами?

Решение. Ответ: 154.

Во всех числах цифра десятков равна 1. Иначе большее из этих чисел не менее 21, а три других не меньше 12. Их сумма не меньше  $12 + 12 + 12 + 21 = 57$ , что больше 55. Значит, каждое из этих чисел начинается на 1. Тогда сумма цифр единиц равна 15 (нули запрещены). И, следовательно, сумма чисел с переставленными цифрами равна 154.

Для справки. Заметим, что существует пример, в котором это достигается. Например,  $12 + 13 + 14 + 16$ . Всего таких наборов чисел девять. Если присутствуют рассуждения, приводящие к ответу, то приводить примеры наборов не надо. Но если ответ получен приведением какого-то примера (или нескольких примеров), без получения всех примеров, то это частичное решение.

Критерии проверки:

- приведен верный ответ, но не представлено рассуждение, к нему приводящее – 0 баллов.
- приведен верный ответ, и представлен пример четырех чисел, приводящий к этому ответу – 2 балла.
- 
- приведен верный ответ, и представлены более одного примера четырех чисел, приводящие к этому ответу, но не получено всех таких четверок чисел – 3 балла.
- приведено верное решение – 7 баллов
- остальное – 0 баллов

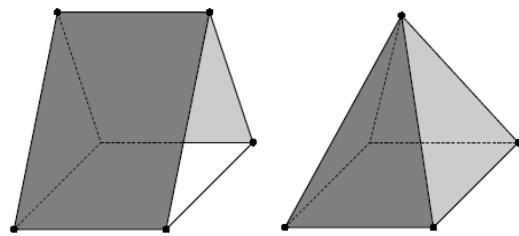
4. Однажды Волк и Заяц увидели друг друга. Если Заяц будет стоять, то Волк может добраться до него за 10 прыжков. Если Волк будет стоять, то Заяц сможет добежать до него за 30 прыжков. Но Заяц решил побежать в противоположную от Волка сторону. Волк тут же бросился в погоню и настиг Зайца за 30 прыжков. А сколько прыжков делает Заяц за то время, пока Волк делает прыжок?

Решение. Один прыжок Волка по длине равен трем прыжкам Зайца. Волк догнал Зайца за 30 прыжков, из них он сделал 10 прыжков до того места, где был изначально Заяц, и за следующие 20 прыжков догнал Зайца. 20 прыжков Волка – это 60 прыжков Зайца. Следовательно, за 30 прыжков Волка, Заяц сделал 60 прыжков. Таким образом, за время одного прыжка Волка, Заяц делает два прыжка.

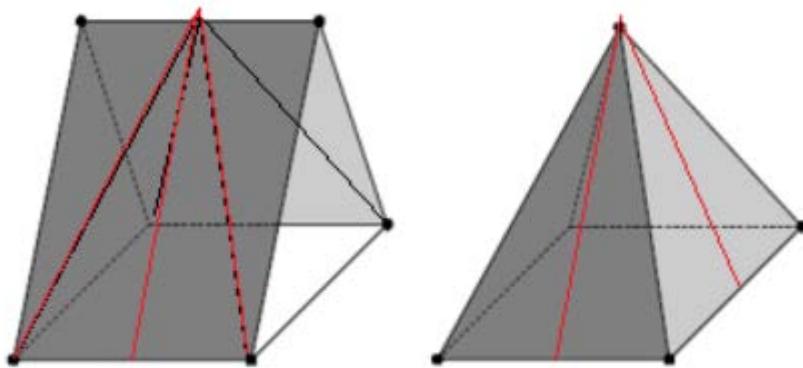
Критерии проверки:

- приведен верный ответ, но не представлено рассуждение, к нему приводящее – 1 балл.
- приведен верный ответ, и представлены верные рассуждения, к нему приводящие - 7 баллов

5. Иван Иванович построил сруб, квадратный в основании, и собирается покрывать его крышей. Он выбирает между двумя крышами одинаковой высоты: двускатной и четырёхскатной (см. рисунки). На какую из этих крыш понадобится больше жести?



Решение. Разделим прямоугольник четырехскатной крыши на четыре равных треугольника, каждые два из которых образуют одну грань четырехскатной крыши. Откуда сразу получаем, что поверхности равны.



Критерии проверки:

- приведен верный ответ, но не представлено рассуждение, к нему приводящее – 0 баллов.
- верное решение – 7 баллов